Physik I, II Zusammenfassung für Prüfung

Urs Holzer

30. Oktober 2006

Inhaltsverzeichnis

1 Koordsysteme

1.1 Zylinder

$$x = \cos(\varphi) \quad y = \sin(\varphi) \quad z = z$$

Korrekturfaktor: r

$$E_{kin} = \frac{1}{2}m(\dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2 + \dot{z}^2)$$

1.2 Kugel

$$x = r\sin(\vartheta)\cos(\varphi) \quad y = r\sin(\vartheta)\sin(\varphi) \quad z = r\cos(\vartheta)$$

Korrekturfaktor: $r^2\sin(\theta)$

$$E_{kin} = \frac{1}{2}m(\dot{r}^2 + r^2\dot{\vartheta}^2 + r^2\dot{\varphi}^2\sin^2(\vartheta))$$

2 Lagrange

$$\mathcal{L} = T - U$$
$$\frac{d}{dt}\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\dot{q}_i} - \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial q_i} = 0$$

Kanonisch konjugierter Impuls von q_i:

$$p_i = \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\dot{q}_i}$$

Ist q_i zyklisch (d.h. $\mathcal{L}$ hängt ab von $\dot{q}_i$, nicht von q_i), dann ist obiges p_i Erhaltungsgrösse.

Hamiltonfunktion (Legendretransformation der Lagrangefunktion): Ihr Wert ist die Energie des Systems

$$H(\mathcal{L}) = \sum_i p_i\dot{q}_i - \mathcal{L}$$

3 Schwingungen

3.1 Resonanz

$$x(t) = Ae^{-\lambda t}\cos(\omega_0 t + \varphi) + B\cos(\gamma t + \delta)$$

Energieaufnahme ?

Lorenzfunktion: $L = \frac{f^2\lambda}{4m}\frac{1}{(\omega_0-\gamma)^2+\lambda^2}$ wobei 2λ das FWHM ist.

3.2 Gekoppelt

Die allgemeine Lösung ist eine Superposition der Normalschwingungen (Allgemeine Lösung des DGL-Systems mit Eigenfrequenz).

Bestimmung der Eigenmoden: Setze in das BGL-System den Ansatz $q_k = A_k e^{i\omega t}$ ein. Die Exponentialfunktion kürzt sich. Damit das resultierende homogene DGL-System für A_k nichttriviale Lösungen hat, muss die Matrix des DGL-Systems singulär sein. Dies führt zu einer Gleichung für ω. Eine Alternative zu dieser Methode ist das Entkoppeln

Entkoppeln der BGL: (Für zwei Gleichungen) Addiere die Gleichungen und subtrahiere sie voneinander. Dies ergibt ein entkoppeltes Gleichungssystem für die Summe und die Differenz der Freheitsgrade.

3.3 Schwebung, Ueberlagerung

$$A\cos(\omega_1 t) + A\cos(\omega_2 t + \varphi) = 2A\cos\frac{(\omega_1 - \omega_2)t + \varphi}{2}\cos\frac{(\omega_1 + \omega_2)t + \varphi}{2}$$

3.4 Wellen

Wellengleichung:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \triangle u(x, y, z)$$

Allgem. Lösung in einer Dimension: $u(x, t) = f(x - ct) + g(x + ct)$

Harmonische Welle: $A\cos(qx - \omega t)$

Zusammenhänge:

ν	Frequenz	
λ	Wellenlänge	
$q = k$	Wellenzahl (pro Meter)	$\frac{2\pi}{\lambda}$
c	Wellengschw.	$\frac{\omega}{q} = \nu\lambda$

4 Rotation

$$L = m\vec{r} \times \dot{\vec{r}} = \vec{r} \times \vec{p} = \Theta\omega$$

$$F_z = m\dot{\varphi}^2 r$$

4.1 Trägheitsmomente

$$\Theta = \int_K {r_\perp}^2 \ \rho(x, y, z) d\mu(x, y, z)$$

ρ nicht vergessen! $r_\perp$ ist hier der Abstand zur Drehachse!

4.1.1 Θ homogener Körper

Zylinder, Zylinderachse? $\int_0^l \int_0^{2\pi} \int_0^R r^2 \rho r dr d\varphi dz = \rho \pi R^2 l \cdot \frac{R^2}{2} = M \frac{R^2}{2}$

Scheibe, Normalachse? $\int_0^{2\pi} \int_0^R r^2 \rho r dr d\varphi dz = \rho \pi R^2 \cdot \frac{R^2}{2} = M \frac{R^2}{2}$

Kugel $\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \int_0^R r^2 \sin^2 \vartheta r^2 \sin \vartheta dr d\vartheta d\varphi = \rho \frac{4}{3} \pi R^3 \cdot \frac{2}{5} R^2 = M \frac{2}{5} R^2$

Hohlzylinder, Zylinderachse? $\int_0^l \int_0^{2\pi} R^2 \rho R d\varphi dz = \rho 2\pi R l \cdot R^2 = M R^2$

Hohlkugel $\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} R^2 \sin^2 \vartheta R^2 \sin \vartheta d\vartheta d\varphi = \rho 4\pi R^2 \cdot \frac{2}{3} R^2 = M \frac{2}{3} R^2$

4.2 Satz von Steiner

$$\Theta_n = \Theta_{CM} + m R_{CM}^2$$

Θ_{CM}: bezüglich Achse durch Schwerpunkt, parallel zur Achse n. R_{CM}: Abstand der Achse n zum Schwerpunkt.

4.3 Trägheitstensor

Die Matrix Θ ist symmetrisch und zeitabhängig.

$$\Theta_{xx} = \int_K \left(y^2 + z^2\right) \rho(x, y, z) dV$$

$$\Theta_{xy} = -\int_K xy \ \rho(x, y, z) dV$$

5 Graviation

$$F_G = \frac{GMm}{r^2}$$

$G = 6.67259 \cdot 10^{-11} Nm^2 kg^{-2}$

Zweikörperproblem: Arbeite in Schwerpunktkoord ($\vec{X}$) und Relativkoord. Dann $\ddot{\vec{X}} = 0$

6 Streuung

$$U(\vec{r}) = \frac{-\alpha}{|\vec{r}|}$$

$$E - U_{eff}(r) = 0 \Rightarrow r_{min} = -\frac{\alpha}{m v_\infty^2} + \sqrt{\frac{\alpha^2}{m^2 v_\infty^4} + s^2}$$

$$\tan(\chi/2) = \frac{-\alpha}{s m v_\infty^2}$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = (\frac{\alpha}{2mv_\infty^2})^2 \frac{1}{sin^4(\chi/2)}$$

$$\sigma = \int_{4\pi} \frac{\partial\sigma}{\partial\Omega} d\Omega = \pi {r_{min}}^2$$

7 Erhaltungsgrössen

Finde sie mit Symmetrieüberlegungen oder die Lagrange-Funktion.

Zeittransl.	Energieerhaltung	1
Ortstransl.	Impulserhaltung	3
Rotation	Drehimpulserhaltung	3
konst. Geschw.	Schwerpunktsatz	3

Also insgesamt maximal 10 Erhaltugsgrössen

8 Weiterführendes

8.1 Werte

A	$10^{-10}m$
h	$6.626 \cdot 10^{-34} Js$
$\hbar = h/2\pi$	$1.055 \cdot 10^{-34} Js$
eV	$1.602 \cdot 10^{-19} J$
MeV	$1.602 \cdot 10^{-13} J$

8.2 Spektroskopie

Energie eines Photons: $\hbar\omega$

Betrachte Absorption abhängig von Frequenz. Sei bei ω_0 maximale Absorption und $\Delta\omega$ das FWHM. Aus $\Delta\omega$ kann die Lebensdauer der Anregung (Zeit bis Elektron zurück fällt) abgelesen werden. Grund dafür ist die heisenbergsche Unschärfe. (τ sei die Lebensdauer)

$$\Delta E \tau = \hbar$$

$$\Delta E = \hbar \Delta\omega$$